

学院：_____

专业：_____

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

装 订 线

2018 级《高等数学》(下) 联考试卷

试卷 A

考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							
评卷人							

得 分	评卷人

一、单项选择题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、在空间, 方程 $y^2 + z^2 - 4x + 8 = 0$ 表示的图形为 () .

- (A) 单叶双曲面; (B) 双叶双曲面;
(C) 锥面; (D) 旋转抛物面.

2、函数 $z = f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 处 () .

- (A) 连续且偏导数存在; (B) 不连续且偏导数存在;
(C) 连续且偏导数不存在; (D) 不连续且偏导数不存在.

3、设 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, 则积分 $\iiint_{\Omega} (\sin x + y^3 + z) dv = ()$.

- (A) 0; (B) 2π ;
(C) 4π ; (D) 8π .

4、已知 Σ 是平面 $x - y - z = 2$ 被柱面 $x^2 + y^2 = 2$ 截下的有限部分, 则

$$\iint_{\Sigma} y dS = () .$$

- (A) 0; (B) 3π ;
(C) 2π ; (D) 4π .

5、(重邮、交大的同学做)下列级数收敛的是 (C) .

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

(A) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \dots$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4+n}$; (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$; (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + \frac{8}{n} \right)$.

5、(理工的同学做)下列方程为一阶线性微分方程的是 () .

- (A) $yy' = x^2 + 1$; (B) $y' - x \cos y = 1$;
 (C) $ydx = (x + y^2)dy$; (D) $x dx = (x + y)dy$.

得 分	评卷人	二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

6、过点 $(1, -2, 4)$ 且与平面 $2x - 3y + z - 4 = 0$ 垂直的直线方程为_____.

7、三元函数 $f(x, y, z) = 3x^2 + 2y^2 - 3z^2 + 2xy + 3x - 12y - 6z$ 在点 $M(0, 0, 0)$ 处的梯度为_____.

8、曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处的切平面方程为_____.

9、设 L 为连接 $(1, 0)$ 和 $(0, 1)$ 两点的直线段, 则 $\int_L (x + y) ds =$ _____.

10、(重邮的同学做) 函数 $f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ 展开成傅里叶级数, 其系数

$a_n =$ _____.

10、(交大的同学做) 函数 $\frac{1}{x}$ 关于 $(x-3)$ 的幂级数为_____ ($0 < x < 6$).

10、(理工的同学做) 已知某二阶常系数齐次线性微分方程的两个特征根分别为

$r_1 = 1, r_2 = 2$, 则该方程为_____.

得 分	评卷人	三、解答题 (本大题共 2 个小题, 每小题 10 分, 总计 20 分)

11、设二元函数 $z = e^{xy} \sin x$ ，求：(1) $\left. \frac{dz}{dy} \right|_{\substack{x=\pi \\ y=0}}$ ； (2) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=\pi \\ y=0}}$ 。

12、(1) 设 $u = f(x^2 - y^2, e^{xy})$ ， f 具有一阶连续偏导数，求 $\frac{\partial u}{\partial x}$ ；

(2) 设 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 20 \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$ 。

得 分	评卷人

四、计算题（本大题共 2 个小题，每小题 10 分，总计 20 分）

13、计算二重积分 $\iint_D (x+1)^2 dx dy$ ，其中积分区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$.

14、计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (y^2 - z) dy dz + (z^2 - x) dz dx + (x^2 - y) dx dy$ ，其中 Σ 是锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2} (0 \leq z \leq 1)$ 的外侧.

得 分	评卷人

五、综合题（本大题共 2 个小题，每小题 10 分，总计 20 分）

15、设曲线积分 $\int_L (2x \cos y - y^2 \sin x)dx + (2y \cos x - x^2 \sin y)dy$ ，其中 L 为 xoy 平面上一条有向光滑曲线.

(1) 证明：该曲线积分在整个 xoy 平面上与路径无关；

(2) 计算 $I = \int_{(0,0)}^{(2,3)} (2x \cos y - y^2 \sin x)dx + (2y \cos x - x^2 \sin y)dy$.

16、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} x^{2^{n-1}}$ 的和函数, 并求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2^n}$ 的和.

得 分	评卷人

六、应用题（本大题总计 10 分）

17、建造一个体积为 $4m^3$ 的长方体无盖水池，如何选择水池的尺寸，方可使它的表面积最小.