

学院:

专业:

班级:

姓名:

学号:

密

封

线

## 2015 级《高等数学》(下) 联考试卷

试卷 A, (A/B), 考核方式 闭卷 (闭卷/开卷), 考试时间 (120 分钟)

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
分 数										
评 卷 人										

得 分	评卷人

一、单项选择题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)。

1. 二元函数  $z = 2016 - \sqrt{x^2 + y^2}$  的图像为 ( )。

(A) 球面; (B) 双曲面; (C) 圆锥面; (D) 抛物面

2. 函数  $z = f(x, y)$  在点  $P_0(x_0, y_0)$  的所有一阶偏导数都存在是该函数

在该点可微的 ( )。

(A) 必要而非充分条件 (B) 充分而非必要条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分, 又非必要条件3. 设  $\Omega$  由  $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$  与  $z = 2$  围成, 则在柱坐标下  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz =$ 

( )。

(A)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 \rho d\rho \int_{\frac{1}{2}\rho^2}^{\frac{1}{2}\rho^2} f(\rho \sin \theta, \rho \cos \theta, z) dz$

(B)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 \rho d\rho \int_{\frac{1}{2}\rho^2}^2 f(\rho \sin \theta, \rho \cos \theta, z) dz$

(C)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 \rho d\rho \int_0^{\frac{1}{2}\rho^2} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) dz$

(D)  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 \rho d\rho \int_{\frac{1}{2}\rho^2}^2 f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, z) dz$

4. 设有平面区域  $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$ ,  $D_1 = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}$

则  $\iint_D (xy + \cos x \sin y) d\sigma =$  ( )。

- (A)  $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y d\sigma$ ; (B)  $2 \iint_{D_1} xy d\sigma$ ;  
(C)  $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) d\sigma$ ; (D) 0

5. 下列级数中, 收敛的是 ( )。

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{\pi}{n}$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left[ \frac{n}{n+1} \right]$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共五个小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

6. 已知向量  $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ,  $\vec{b} = (1, 0, 1)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角  $\theta =$  \_\_\_\_\_。

7. 已知函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ k, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  在  $(0, 0)$  处连续,

则  $k =$  \_\_\_\_\_。

8. 二次积分  $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$  改换积分次序为 \_\_\_\_\_。

9. 设空间闭区域  $\Omega$  的整个表面为  $\Sigma$ , 其面积为 1008, 则曲面积分  $\iint_{\Sigma} 2dS =$  \_\_\_\_\_。

10. (交大的同学做) 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  的和函数为 \_\_\_\_\_。

10. (重邮的同学做) 函数  $f(x)$  是以  $2\pi$  为周期的周期函数, 它在  $[-\pi, \pi)$  上的表

达式为  $f(x) = \begin{cases} x^2, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , 则  $f(x)$  的傅立叶级数在点  $x = \pi$  处收敛

于 \_\_\_\_\_。

得 分	评卷人

三、计算题（本大题共两个小题，每小题 5 分，满分 10 分）

11. 设方程  $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$  确定了隐函数  $z = z(x, y)$ ,

(1) 求  $dz$

(2) 求曲面  $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$  在点  $(1, 2, -1)$  处的切平面方程。

得 分	评卷人

四、计算题（本大题共两个小题，每小题 5 分，满分 10 分）

12. (1) 设  $z = \sin(xy^2) + xy$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ ,

(2) 设  $z = f(xy, x^2 \sin y)$ ,  $f$  具有一阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ 。

得 分	评卷人

五、计算题（本大题共 10 分）

13. 计算二重积分  $I = \iint_D (2017 - 4x^2) dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 。

得 分	评卷人

六、计算题（本大题共分 10 分）：

14. 计算  $I = \iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy$ , 其中  $\Sigma$  是旋转抛物面  $z = x^2 + y^2$  介于平面  $z = 0$  及  $z = 1$  之间的部分的下侧。

得 分	评卷人

七、应用题（本大题满分 10 分）：

15. 将函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$  展成  $x$  的幂级数，并指出其收敛域。

得 分	评卷人

八、综合应用题（本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

16. 设曲线积分  $\int_L (6xy^2 - y^3)dx + (6x^2y - 3xy^2)dy$ ，其中  $L$  为  $xoy$  平面上一条有向曲线，

(1) 证明：该曲线积分在整个  $xoy$  平面上与路径无关，

(2) 计算： $I = \int_{(1,2)}^{(3,4)} (6xy^2 - y^3)dx + (6x^2y - 3xy^2)dy$ 。

得 分	评卷人

九、综合应用题（本大题共 10 分）

17. 某厂要用铁皮做成一个体积为  $8\text{ m}^3$  的有盖长方体水箱，问当水箱的长、宽、高各为取多少时，才能使用料最省。