

重庆理工大学考试试卷

2011 ~ 2012 学年第二学期

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 考试科目 高等数学[(a2)机电] A卷 闭卷 共 3 页

..... 密 封 线

学生答题不得超过此线

题号	一	二	三	四	总分	总分人
分数						

得分	评卷人

一、判断题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）（请在正确说法后面括号内画√，错误说法后面括号内画×）

- (1) 若 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) \neq \vec{0}$ ，则 $(\frac{a_x}{|\vec{a}|}, \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \frac{a_z}{|\vec{a}|})$ 为平行于向量 \vec{a} 的、长度为 1 的向量。 ()
- (2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy}{x^2 + 6y^2} = 1/2$ 。 ()
- (3) $\oint_L (x^2 + y^2) ds = \int_0^{2\pi} r^2 d\theta$ ，其中 L 为圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 。 ()
- (4) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛， $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散，则 $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 发散。 ()
- (5) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x=3$ 处收敛，则该级数在 $x=-1$ 处发散。 ()

得分	评卷人

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

- (6) 设向量 $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ， $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \lambda\vec{k}$ ，则当 $\lambda =$ _____ 时， \vec{a} 与 \vec{b} 垂直。
- (7) xoz 坐标面上的直线 $x = z - 1$ 绕 oz 轴旋转而成的圆锥面的方程是_____。
- (8) 直线 $L: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{1}$ 与平面 $\pi: 4x - 2y - 2z = 3$ 的关系是_____。
- (9) 设 $f(x-y, x+y) = x^2 - y^2$ ，则 $f(x, y) =$ _____。
- (10) 设 $z = x^3 y^6 - 3x^3 y^3 - x^2 y + \sin 1$ ，则二阶混合偏导数 $z_{xy}(1, 0) =$ _____。
- (11) 函数 $z = x^2 + y^2$ 在点 $(3, 2)$ 处沿 $\vec{l} = (1, 1)$ 方向的方向导数为_____。
- (12) 设开区域 G 是一个单连通域，函数 $P(x, y)$ 及 $Q(x, y)$ 在 G 内具有一阶连续偏导数，则 $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ 在 G 内为某一函数 $u(x, y)$ 的全微分的充分必要条件是_____在 G 内恒成立。
- (13) 高斯公式中的积分曲面 Σ 是积分区域 Ω 的整个边界曲面的_____侧。
- (14) 曲线 L 为 $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = t + 1 \end{cases}$ 上从点 $(1, 1)$ 到 $(2, 2)$ 的一段弧， $I = \int_L (x+y)dx + (y-x)dy$ 的定积分表达式是_____。
- (15) 周期为 2π 的_____函数 $f(x)$ 的傅里叶级数是正弦级数。

重庆理工大学考试试卷

2011 ~ 2012 学年第二学期

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 考试科目 高等数学[(a2)机电] A卷 闭卷 共 3 页

..... 密 封 线
学生答题不得超过此线

得分	评卷人

三、求解下列各题（本大题共 7 小题，每小题 7 分，共 49 分）。

(16) 求空间曲线 $x = \sqrt{t}, y = \frac{1+3t}{t}, z = t^3$ 在点 (1, 4, 1) 处的切线方程，并求过原点与该切线垂直的平面方程。

(17) 设 $u = f(x^2y^3, \ln(xy))$ ，求全微分 du 。

(18) 计算 $I = \iiint_{\Omega} (x+y)dv$ ，其中， Ω 是由锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和平面 $z = 1$ 围成区域的 $x \geq 0$ 的部分。

(19) 计算 $\oint_L (x^2 - y)dx + (x + \sin^2 y)dy$ ，其中 L 是圆周 $y^2 - 2x + x^2 = 0$ 的正向。

(20) 计算 $\oiint_{\Sigma} (1+x)ydydz + ydzdx - yzdx dy$ ，其中 Σ 是界于 $z = 0$ 和 $z = 2$ 之间的圆柱体 $x^2 + y^2 \leq 4$ 的整个表面的外侧。

(21) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{n-1} n!}{n^n}$ 是否收敛？如果收敛，判定是绝对收敛还是条件收敛？

(22) 将函数 $\frac{1}{2+x}$ 展开为 $x-2$ 的幂级数。

重庆理工大学考试试卷

2011 ~ 2012 学年第 二 学期

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 考试科目 高等数学[(a2)机电] A 卷 闭卷 共 3 页

..... 密 封 线

学生答题不得超过此线

得分	评卷人

四、应用题和证明题 (共 21 分)

(23) 求表面积为 6 而体积为最大的长方体的体积。(8 分)

(24) 设闭区域 Ω 由曲面 $z = x^2 + y^2$ 和平面 $z = 0$ 及圆柱面 $x^2 + y^2 = 2y$ 所围成, 求该区域的体积。(8 分)

(25) 证明: $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 (2\sqrt{x} - x) f(x) dx$ 。