2019～ 2020 学年第二学期高等数学[(2)机电]

期末 A 卷参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，总计 30 分）

（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）	（10）
D	**C**	**B**	**B**	**C**	**A**	**D**	**C**	**D**	**D**

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

（11）	（12）	（13）	（14）	（15）
$C_1e^x+C_2e^{-x}$	$\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-2}{3}$	$x+y+z-3=0$	$\sqrt{2}\pi$	3

三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 11 分，总计 55 分）

16、解：（1）由于 $\frac{\partial z}{\partial x}=2xy^2-(1+xy)e^{xy}$ ； $\frac{\partial z}{\partial y}=2x^2y-x^2e^{xy}$ ………（4 分）

于是 $dz\Big|_{\substack{x=1\\y=0}}=\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{\substack{x=1\\y=0}}dx+\frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{\substack{x=1\\y=0}}dy=-dx-dy$ ………（2 分）

（2） 由 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)}{\partial y}=4xy-x(2+xy)e^{xy}$ 得 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{\substack{x=1\\y=0}}=-2$ ………（5 分）

17、解：(1) $I=\iint\limits_D(x-2y)dxdy=\int_0^1dx\int_0^2(x-2y)dy=\int_0^1(2x-4)dx=-3$ ………（5 分）

(2) $I=\iint\limits_D(x-2y)dxdy=\int_0^2dx\int_x^2(x-2y)dy=\int_0^2(2x-4)dx=-4$ ………（6 分）

18、解：令 $P=x^3-2y-z,\ Q=y^3+z,\ R=2x+y$ ，

Ω 是曲面 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ 与平面 $z=2$ 围成的闭区域，

由高斯公式，

$$I=\iiint\limits_\Omega\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)dv=\iiint\limits_\Omega(3x^2+3y^2)dv \qquad ………（5 分）$$

$$=\iiint_{\Omega} 3\rho^3 d\rho d\theta dz=\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^2 d\rho\int_{\frac{1}{2}\rho^2}^2 3\rho^3 dz=16\pi$$ ………（6 分）

19、解：令 $u_n=(-1)^n\dfrac{n^2}{5^n}$ ，考察级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$

由于 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|u_{n+1}|}{|u_n|}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{(n+1)^2}{5^{n+1}}}{\frac{n^2}{5^n}}=\dfrac{1}{5}<1$ ………（6 分）

故 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|(-1)^n\dfrac{n^2}{5^n}\right|$ 收敛 。

于是级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n^2}{5^n}$ 收敛且绝对收敛。 ………（5 分）

20、解：先求驻点，令 $\begin{cases} f_x(x,y)=3x^2-6x-9=0 \\ f_y(x,y)=2y-2=0 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

即驻点为 $(-1,1)$ ， $(3,1)$ ……… （3 分）

为了判断这两个驻点是否为极值点，求二阶偏导数

$$\begin{cases} f_{xx}(x,y)=6x-6 \\ f_{xy}(x,y)=0 \\ f_{yy}(x,y)=2 \end{cases}$$ ……… （2 分）

在点 $(-1,1)$ 处， $A=f_{xx}(-1,1)=-12,\ B=f_{xy}(-1,1)=0,\ C=f_{yy}(-1,1)=2$

因为 $AC-B^2=-24<0$,所以 $(-1,1)$ 不是极值点。 ……… （3 分）

类似的，在点 $(3,1)$ 处， $A=f_{xx}(3,1)=12,\ B=f_{xy}(3,1)=0,\ C=f_{yy}(3,1)=2$

因为 $A=12>0,\ AC-B^2=24>0$,

所以 $(3,1)$ 是极小值点，极小值为 $f(3,1)=-28$ ……… （3 分）