

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2020 ~ 2021 学年第 1 学期

开课学院 理学院

课程名称 高等数学【(1) 机电】 半期

考核方式 闭卷

考试时间 120 分钟

A 卷

共 3 页第 1 页

考生姓名

考生班级

考生学号

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，总计 30 分）

1. 函数 $y = \ln(1-x) + \arccos \frac{x+1}{2}$ 的定义域是 ()
(A) $x < 1$ (B) $-3 \leq x < 1$ (C) $-3 < x \leq 1$ (D) $\{x | x \leq 1\} \cap \{x | -3 \leq x \leq 1\}$
2. 对函数 $f(x)$, 已知 $f(1) = 2$, $f'(1) = -2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ ()
(A) -2 (B) 2 (C) 1 (D) 0
3. 函数 $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^3 - x}$ 有 () 个可去间断点.
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
4. 设函数 $f(x)$ 在点 a 满足: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x-a)^{2020}} = 2021$, 则 $f(x)$ 在点 a 处 ()
(A) 不可导 (B) 可导且 $f'(a) = 2021$ (C) 取得极小值 (D) 取得极大值
5. 对函数 $f(x)$, 已知 $f(0) = 1$, $f'(0) = -1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[f\left(\frac{1}{n}\right) - 1 \right] =$ ()
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) ∞
6. 设函数 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2) \cdots (e^{nx} - n)$, 其中 n 为正整数, 则 $f'(0) =$ ()
(A) $(-1)^n (n-1)!$ (B) $(-1)^{n-1} (n-1)!$ (C) $(-1)^n n!$ (D) $(-1)^{n-1} n!$
7. 设 $f(x) = e^{2-x}$, 则其 n 阶导数 $f^{(n)}(x) =$ ()
(A) e^{2-x} (B) $(-1)^n e^{2-x}$ (C) $-e^{2-x}$ (D) $(-2)^n e^{2-x}$
8. 设 $y = f(x^2)$, 其中函数 $f(x)$ 可导, 则 $\frac{dy}{dx} =$ ()
(A) $f'(x^2)$ (B) $f'(2x)$ (C) $2xf'(x^2)$ (D) $x^2 f'(x^2)$
9. 函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 按 $(x-4)$ 的幂展开的带有佩亚诺余项的 2 阶泰勒公式是 ()
(A) $2 + \frac{1}{4}(x-4) - \frac{1}{32}(x-4)^2 + o((x-4)^2)$ (B) $2 + \frac{1}{4}(x-4) - \frac{1}{32}(x-4)^2 + o((x-4)^n)$

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2020 ~ 2021 学年第 1 学期

开课学院 理学院 课程名称 高等数学【(1) 机电】 半期 考核方式 闭卷
 考试时间 120 分钟 A 卷 共 3 页第 2 页
 考生姓名 考生班级 考生学号

(C) $2 + \frac{1}{4}(x-4) - \frac{1}{64}(x-4)^2 + o((x-4)^2)$ (D) $2 + \frac{1}{4}(x-4) - \frac{1}{64}(x-4)^2 + o((x-4)^n)$

10. 函数 $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$ 的铅直渐近线方程为()

(A) $y = 0$ (B) $y = 1$ (C) $x = 1$ (D) $x = -1$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 总计 20 分)

11. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^x =$ _____.

12. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^2+1}, & x \leq 1 \\ -x+k, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $k =$ _____.

13. 设 $f(x)$ 是可导函数, 且 $f'(x) = \sin^2 \left[\ln(x+1) + \frac{\pi}{4} \right]$, $f(0) = 3$, $f(x)$ 的反函数是

$y = \varphi(x)$, 则 $\varphi'(3) =$ _____.

14. 曲线 $y = x^4(12 \ln x - 7)$ 的拐点坐标是 _____.

15. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 在其顶点处的曲率为 _____.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 10 分, 总计 50 分)

16. 求极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right];$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sqrt{1+x} - 1}.$

17. (1) 设 $y = e^{-x} \sin x + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$, 求 $dy|_{x=0}$.

(2) 设 $y = f(x)$ 由 $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 + 1} \\ y = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=1}$

重庆理工大学本科生课程考试试卷

2020 ~ 2021 学年第 1 学期

开课学院 理学院 课程名称 高等数学【(1) 机电】 半期 考核方式 闭卷
考试时间 120 分钟 A 卷 共 3 页第 3 页
考生姓名 考生班级 考生学号

18. 设曲线 $y = x^2 + ax + b$ 和 $2y = -1 + xy^3$ 在点 $(1, -1)$ 处相切, 其中 a, b 为常数.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求曲线 $y = x^2 + ax + b$ 和 $2y = -1 + xy^3$ 在点 $(1, -1)$ 处的公切线与法线方程.

19. 函数 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值.

(1) 求 a 的值;

(2) 求此极值, 并说明是极大值还是极小值.

20. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上可导, $f(0) = 0$, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, 证明:

(1) 存在 $a > 0$, 使得 $f(a) = 1$;

(2) 对 (1) 中的 a , 存在 $\xi \in (0, a)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{1}{a}$.