

重庆理工大学考试试卷

2018~2019 学年第 1 学期

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 考试科目 高等数学【(1)机电】(期末) B 卷 闭卷

一、填空题（共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}} =$ _____。
- (2) 已知 $f'(3) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} =$ _____。
- (3) 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \sqrt{1+ax^2}$ 与 x^2 是等价无穷小, 则常数 $a =$ _____。
- (4) 设函数 $f(x)$ 可导, $y = f(e^x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
- (5) 设 $f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} (x \geq -1, x \neq 0)$, 则定义 $f(0) =$ _____时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续。
- (6) 函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 的导函数有_____个零点。
- (7) 函数 $y = \sin x$ 按 $(x - \frac{\pi}{2})$ 的幂展开的 5 阶泰勒公式中 $(x - \frac{\pi}{2})^3$ 项的系数是_____。
- (8) 曲线 $y = 2 \ln \frac{x+3}{x} - 3$ 的水平渐近线方程为_____。
- (9) 函数 $y = x^3$ 的积分曲线族中过点 $(1,0)$ 的积分曲线方程为_____。
- (10) 已知 $\cos x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int f'(x) dx =$ _____。
- (11) $\int_{-1}^1 \frac{x^2 \arcsin x + 1}{1+x^2} dx =$ _____。
- (12) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$ _____。
- (13) $\int_0^{\pi} |\cos x| dx =$ _____。
- (14) 设函数 $f(x) = x^2 - \int_0^1 f(x) dx$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ _____。
- (15) 曲线段 $y = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}, 0 \leq x \leq 3$ 的弧长为_____。

二、求解下列各题（本大题共 8 小题，每小题 8 分，共 64 分）

- (16) 求方程 $y^3 + x^3 - \sin 3x + 6y = 0$ 确定的曲线 $y = y(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线和法线方程。

重庆理工大学考试试卷

2018~2019 学年第 1 学期

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 考试科目 高等数学【(1)机电】(期末) B 卷 闭卷

(17) 已知函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ (t 为参数) 确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}}$ 。

(18) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\int_0^x e^{t^2} dt)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt}$ 。

(19) 计算 $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$ 。

(20) 计算 $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} dx$ 。

(21) 设 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \geq 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$, 求 $\int_0^2 f(x-1) dx$ 。

(22) 设 $F(x) = \int_{-1}^x t(t-4) dt$, 求 $F(x)$ 的极值及 $F(x)$ 在 $[-1, 5]$ 上的最值。

(23) 设 D 是曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围成的平面图形, 求

(1) D 的面积 S ; (2) D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V 。

三、证明题 (6 分)

(24) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f'(x) \leq 0$, $F(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$ 。

证明在 (a, b) 内有 $F'(x) \leq 0$ 。