重庆理工大学考试试卷

2018～2019 学年第 1 学期

班级＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿ 考试科目＿高等数学[(1)机电] (期中)＿ ＿卷 闭卷

一、填空题（共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分）

（1）若 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，则 $f(\arctan x)$ 的定义域是＿＿＿＿＿＿。

（2）函数 $f(1+x)=\dfrac{x}{1+x}, x\neq -1$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$＿＿＿＿＿＿。

（3）设数列 $\{x_n\}$ 的极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=-2$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=$＿＿＿＿＿＿。

（4）$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}=$＿＿＿＿＿＿。

（5）$\lim\limits_{x\to 0^+}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}=$＿＿＿＿＿＿。

（6）设函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, x<0 \\ a+x, x\geq 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 连续，则常数 $a=$＿＿＿＿＿＿。

（7）当 $x\to 0$ 时，$\tan x-\sin x$ 是 x 的＿＿＿＿＿＿无穷小（填“高阶”、“低阶”、“同阶”和“等价”四者之一）。

（8）设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内零点的个数为＿＿＿＿＿＿。

（9）曲线 $y=\sqrt[3]{x}$ 过原点的切线方程为＿＿＿＿＿＿。

（10）设 $f(x)$ 为偶函数，且导数 $f'(0)$ 存在，则 $f'(0)=$＿＿＿＿＿＿。

（11）设 $f(x)$ 可导，则 $y=f(1+\sin x)$ 的导数 $\dfrac{dy}{dx}=$＿＿＿＿＿＿。

（12）函数 $y=\cos x$ 的 n 阶导数 $y^{(n)}=$＿＿＿＿＿＿。

（13）参数方程 $\begin{cases} x=f'(t) \\ y=tf'(t)-f(t)\end{cases}$（设 $f''(t)$ 存在且不为 0）确定的函数 $y=y(x)$ 的二阶导数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=$＿＿＿＿＿＿。

（14）函数 $y=x^{\frac{1}{x}}, x>0$ 的导数 $\dfrac{dy}{dx}=$＿＿＿＿＿＿。

（15）设 $y=\ln(1+e^{x^2})$，则 $dy\big|_{x=1}=$＿＿＿＿＿＿。

（16）设 $y=x-\frac{1}{2}\sin x$，则 $\frac{dx}{dy}=$______________。

（17）函数 $y=\ln(x+1)$ 在区间 $[0,1]$ 上满足拉格朗日中值定理的 $\xi=$______________。

（18）曲线 $y=xe^{-3x}$ 的拐点坐标为______________。

（19）函数 $f(x)=xe^{x}$ 的 6 阶麦克劳林公式中 x^3 的系数是__________。

（20）抛物线 $y=4x-x^2$ 在它顶点处的曲率为_______________。

二、求解下列各题（本大题共 6 小题，每小题 8 分，共 48 分）

（21）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{e^x}{x}-\frac{1}{e^x-1})$。

（22）指出函数 $y=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ 的间断点并判断其类型。

（23）讨论函数 $y=|\sin x|$ 在 $x=0$ 的连续性和可导性。

（24）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy=e$ 确定，求 $y''(0)$。

（25）已知制作一个零件的成本是 40 元。如果每一个零件的销售价格为 x 元，销售出去的零件个数 n 由 $n=\frac{a}{x-40}+b(80-x)$ 给出，其中 a,b 为正常数。求利润最大时的销售价格。

（26）求函数 $y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ 的单调区间、凹凸区间、极值和该函数对应曲线的渐近线。

三、证明题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

（27）证明：当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$\sin x+\tan x>2x$。

（28）设函数 $f(x)$ 在 $[x_1,x_2]$ 上可导，$f(x_1)=f(x_2)=0$，证明至少存在一点 $\xi\in(x_1,x_2)$，使得 $f'(\xi)+f(\xi)=0$。