

牛顿环测透镜曲率半径实验的对比研究

王 筠, 王 翮

(湖北第二师范学院 物理与机电工程学院 武汉 430205)

摘 要: 本文分别对平-凸透镜结构、凸-凸透镜结构以及凹-凸透镜结构的牛顿环进行理论推导与测量, 并对测量结果分别采用逐差法和运用 Origin 软件线性拟合处理, 通过对比得出测量精度最好的实验方案和误差分析方法。

关键词: 牛顿环; 曲率半径; 透镜; 数据处理

中图分类号: O4-33

文献标识码: A

文章编号: 1674-344X(2015)08-0019-05

1 引言

牛顿环测量透镜曲率半径实验是大学物理实验中的一个基础光学实验。作为一个经典实验, 目前对该实验的研究主要集中在实验方案或是数据处理方法等方面, 还没有人将若干种不同实验方案进行比较分析与测量。本文分别对传统的平-凸透镜结构, 以及凸-凸透镜结构和凹-凸透镜结构的牛顿环进行测量与理论分析; 在数据处理方面, 分别采用逐差法和运用 Origin 软件对数据进行线性拟合处理, 并进行误差分析, 总结归纳得出测量精度最好的实验方案和误差分析方法。

2 三种测量牛顿环的实验方案

2.1 平-凸透镜结构

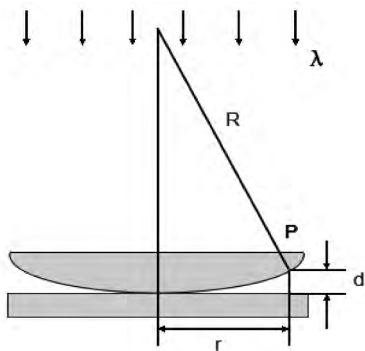


图 1 平-凸透镜结构光路图

如图 1 所示, 在 P 点处两相干光的光程差为

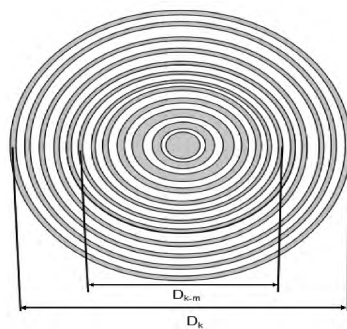


图 2 牛顿环

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

设 R 为凸透镜的曲率半径 r 为 P 点所在环的半径, 则 R 、 r 与 d 之间的几何关系为

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2 \quad (2)$$

由于 R 远大于 d , 则远小于 $2Rd$, 所以略去 d^2 项, (1-2) 式变为

$$d = \frac{r^2}{2R} \quad (3)$$

若 P 处恰好为暗环, 则 δ 必须满足以下等式:

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

则第 k 级暗环的直径 D_k 满足

$$D_k^2 = (4R\lambda)k \quad (5)$$

收稿日期: 2015-06-12

基金项目: 湖北第二师范学院校级教研项目(X2014021) 资助课题

作者简介: 王筠(1966-), 女, 副教授, 研究方向为大学物理实验教学。

式中为第 k 级环的直径。

由 (5) 式知只需作出 $D_k^2 \sim k$ 的关系曲线, 求出斜率即可得到 R 的值。计算曲率半径的不确定度 Δ_R

$$\frac{\Delta_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{S}{D_k^2 - D_{k-m}^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2} \quad (6)$$

其中 Δ 取 0.2 (考虑因叉丝对准条纹中心欠准而产生的误差, 取条纹宽的 $\frac{1}{10}$)。

实验测得 10 组数据, 表 1 中 $B(X2)$ 列和 $C(X3)$ 列是第 2 组测量数据, 表 1 中数据列 $A(X1)$ 为环数, $B(X2)$ 为环左边位置 (单位: mm), $C(X3)$ 为环右边位置 (单位: mm), $D(Y3)$ 为直径值 (单位: mm), $E(Y3)$ 为环直径的平方 (单位: mm^2)。数据处理如表 1 中所列。

表 1 数据处理表

	A(X1)	B(X2)	C(X3)	D(Y3)	E(Y3)
1	45	32.622	21.62	11.002	121.044
2	44	32.496	21.668	10.828	117.24558
3	43	32.444	21.726	10.718	114.87552
4	42	32.38	21.778	10.602	112.4024
5	41	32.328	21.838	10.49	110.0401
6	25	31.428	22.864	8.564	73.3421
7	24	31.362	22.955	8.407	70.67765
8	23	31.286	23.022	8.264	68.2937
9	22	31.194	23.11	8.084	65.35106
10	21	31.118	23.188	7.93	62.8849

(2) 做出 $E(Y3)$ 关于 $A(X1)$ 的散点图, 线性拟合后得到 $D_k^2 \sim k$ 图像。其中 X 轴为环数, Y 轴为环数对应的直径平方。

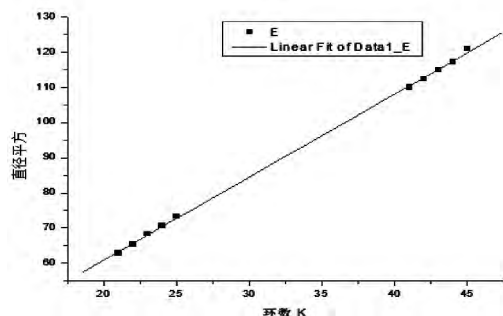


图 3 线性拟合图

(3) 对所得图像进行分析, 可得直线的解析式。其中 A 为截距以及截距的标准差 SA ; B 为斜率以及斜率的标准差 SB ; R 为相关系数; P 为 $R = 0.99977$ 的置信概率; N 为数据点个数; SD 为拟合变量 y 的标准差。

Linear Regression for Data1_E:

Parameter	Value	Error
A	13.84977	0.62211
B	2.35654	0.01803
R	0.99977	
SD	0.57572	
N	10	
P	<0.0001	

图 4 拟合分析图

从直线拟合相关度 $R = 0.99977$, 说明拟合直线几乎通过全部实验点, D_k^2 与 k 具有良好的线性相关关系, $R = 0.99977$ 时置信概率小于 0.0001。拟合直线的斜率 $B = 2.35654$ 。则 $2.35654 = 4R\lambda$, 而所用光波长 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$, 可求出平凸透镜曲率半径为 999.7 mm , 为 0.9997 m 。

表 2 是从 10 组测量数据中随机选取其中 5 组, 利用逐差法进行计算, 并与线性拟合法所得结果进行对比, 计算结果见表 2。

表 2 逐差法与线性拟合对比表

组别	2	8	14	16	20
逐差法	0.9972	0.9973	0.997	0.9968	1.0028
逐差法误差	0.28%	0.27%	0.3%	0.32%	0.28%
线性拟合法	0.9997	0.99978	0.99976	0.99936	1.00285
线性拟合法误差	0.03%	0.022%	0.024%	0.064%	0.285%

将表 2 的计算结果分别与透镜曲率半径真实值 $R = 1 \text{ m}$ 作对比分析可以发现, 使用逐差法比使用 *origin* 软件进行线性拟合误差更大, 而且逐差法耗时耗力, *origin* 软件快捷方便, 因此在处理数据时, 应选取 *origin* 软件进行线性拟合。

2.2 凸-凸透镜结构

如图 5 所示, 设上方凸透镜为待测透镜, 其曲率半径为 R_1 , 该凸透镜中心为 O_1 ; 下方凸透镜为已知透镜, 其曲率半径为 R_2 , 该凸透镜中心为 O_2 , 两透镜接触点为 O 。设入射光波长为 λ , 入射点为 P , 入射光距离中心 O 距离为 r 。两凸透镜分界面距上下两凸透镜入射点距离分别为 d_1, d_2 。

两束相干光在 P, Q 两点间的光程差为

$$\delta \approx 2(d_1 + d_2) + \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

由图 5 可知, R_1, r 与 d_1 之间以及 R_2, r 与 d_2 之间的几何关系分别为

$$\begin{aligned} R_1^2 &= (R_1 - d_1)^2 + r^2 = R_1^2 - 2R_1d_1 + d_1^2 + r^2 \\ R_2^2 &= (R_2 - d_2)^2 + r^2 = R_2^2 - 2R_2d_2 + d_2^2 + r^2 \end{aligned} \quad (8)$$

由于 R_1 远大于 d_1 , 所以 d_1^2 远小于 $2R_1d_1$, 所以略去 d_1^2 项, 同理略去 d_2^2 项。则

$$d_1 = \frac{r^2}{2R_1}$$

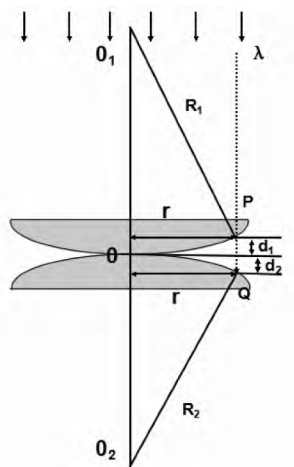


图5 凸-凸透镜结构光路图

$$d_2 = \frac{r^2}{2R_2} \quad (9)$$

若 P 处恰好为暗环, 则 δ 必须满足以下等式:

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

式中 k 为干涉条纹的级次。由 (7) - (10) 式, 可得第 k 级暗环的半径为

$$r_k^2 = \frac{kR_1R_2\lambda}{R_1 + R_2} \quad (11)$$

实验中两透镜是一样的, 它们的曲率半径相等, 即 $R_1 = R_2$, 因此可得第 k 级暗环的半径计算公式为

$$r_k^2 = \frac{kR_1R_2\lambda}{R_1 + R_2} = \frac{kR\lambda}{2} \quad (12)$$

$$\text{即 } D_k^2 = (2R\lambda)k \quad (13)$$

式中 D_k 为第 k 级环的直径。

只需作出 $D_k^2 \sim k$ 的关系曲线, 求出斜率即可得到 R 的值。计算曲率半径的不确定度 Δ_R

$$\frac{\Delta_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{S}{D_k^2 - D_{k-m}^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2} \quad (14)$$

其中 Δm 取 0.1 (考虑因叉丝对准条纹中心欠准而产生的误差, 取条纹宽的 $\frac{1}{10}$)。

实验测得 20 组数据, 现随机选取其中 5 组测量数据, 利用逐差法和线性拟合法分别进行误差分析计算, 结果见表 3。

表 3 逐差法与线性拟合对比表

组别	1	2	3	4	5
逐差法	1.0072	1.0075	1.0079	1.0086	1.0088
逐差法误差	0.72%	0.75%	0.79%	0.86%	0.88%
线性拟合法	1.006024	1.006457	1.00757	1.0084422	1.008646
线性拟合法误差	0.6024%	0.6457%	0.757%	0.84422%	0.8646%

通过与真实值进行对比, 使用逐差法比使用 origin 软件进行线性拟合的误差更大, 且逐差法耗时耗力, origin 软件方便快捷, 因此在进行数据处理时, 应选取 origin 软件进行线性拟合。

2.3 凹-凸透镜结构

如图 6 所示, 设上方凸透镜曲率半径为 R_1 , 该凸透镜中心为 O_1 ; 下方凹透镜为待测透镜, 其曲率半径为 R_2 , 该凸透镜中心为 O_2 , 两透镜触点为 O 。约定凸透镜的曲率半径大于零, 凹透镜的曲率半径小于零。设入射光波长为 λ , 入射点为 P , 入射光距离中心 O 距离为 r 。两凸透镜分界面距上下两透镜入射点距离分别为 d_1, d_2 。在 P, Q 两点的两束相干光的光程差为

$$\delta \approx 2(d_1 - d_2) + \frac{\lambda}{2} \quad (15)$$

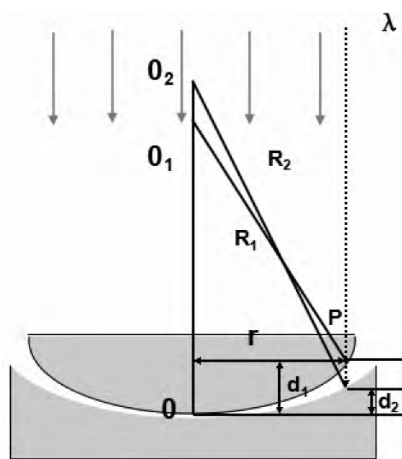


图 6 凹-凸透镜结构光路图

由图 6 可知 R_1, r 与 d_1 之间以及 R_2, r 与 d_2 之间的几何关系分别为

$$\begin{aligned} R_1^2 &= (R_1 - d_1)^2 + r^2 = R_1^2 - 2R_1d_1 + d_1^2 + r^2 \\ R_2^2 &= (R_2 - d_2)^2 + r^2 = R_2^2 - 2R_2d_2 + d_2^2 + r^2 \end{aligned} \quad (16)$$

由于 R_1 远大于 d_1 , 所以 d_1^2 远小于 $2R_1d_1$, 所以略去 d_1^2 项, 同理略去 d_2^2 项, 即

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{r^2}{2R_1} \\ d_2 &= \frac{r^2}{2R_2} \end{aligned} \quad (17)$$

若 P 处恰好为暗环, 则 δ 必须满足以下等式:

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (18)$$

式中 k 为干涉条纹的级次, 可得第 k 级暗环的半径

$$r_k^2 = \left| \frac{kR_1R_2\lambda}{R_2 - R_1} \right|$$

由于凸透镜曲率半径大于零,凹透镜曲率半径小于零,即 $R_1 > 0$, $R_2 < 0$, 所以

$$r_k^2 = \left| \frac{kR_1R_2\lambda}{R_2 - R_1} \right| = \frac{kR_1R_2\lambda}{R_2 - R_1} \quad (19)$$

由上式可知,当我们已知入射光波长 λ 时,只需要测得第 k 级暗环半径 r_k ,通过计算即可求出 R 的值。由于 R_1 为已知值,为 $1m$,由(19)得第 k 级暗环的直径 D_k 为

$$D_k^2 = \frac{4R_2\lambda}{R_2 - 1}k \quad (20)$$

$$\text{则 } D_{k-m}^2 = \frac{4R_2\lambda}{R_2 - 1}(k - m) \quad (21)$$

$$\text{上面两式相减得 } D_k^2 - D_{k-m}^2 = m \frac{4R_2\lambda}{R_2 - 1} \quad (22)$$

由(22)式可知,只要测量出各环的直径,即可得出透镜的曲率半径。计算曲率半径的不确定度 Δ_R

$$\frac{\Delta_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{S}{D_k^2 - D_{k-m}^2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2} \quad (23)$$

其中 Δm 取 0.2(考虑因叉丝对准条纹中心欠准而产生的误差,取条纹宽的 $\frac{1}{10}$)。实验测得 10 组数据。根据公式(22)可知,由于 R_2 真实值是 $1m$,若利用 origin 软件对实验数据进行线性拟合,所得直线的斜率值较小,因此这里的数据处理不选用线性拟合,而是利用 origin 软件进行直接计算。

数据处理如下:(以第 1 组为例)

(1) 对第 1 组数据计算得到各环的直径的平方(单位: mm^2),见表 4。

表 4 数据计算列表

环数	左	右	直径	直径平方
45	22.108	11.828	10.28	105.6784
44	22.042	11.882	10.16	103.2256
43	21.978	11.93	10.048	100.9623
42	21.92	12.004	9.916	98.32706
41	21.865	12.068	9.797	95.98121
25	20.83	13.094	7.736	59.8457
24	20.76	13.172	7.588	57.57774
23	20.67	13.258	7.412	54.93774
22	20.615	13.336	7.279	52.98384
21	20.535	13.41	7.125	50.76563

(2) 将第 45 环至第 41 环直径的平方值输入第一列,将第 25 环至第 21 环直径的平方值输入第二列,经过处理可得两列的差值,由(22)式,且 m

• 22 •

$= 20$,因此将差值除以 20 可得 $\frac{4R_2\lambda}{R_2 - 1}$ 的值,再次经过处理后可得曲率半径 R_2 的值。求得 5 组曲率半径值后取平均值。见表 5。

表 5 数据计算列表

直径平方 1	直径平方 2	差值	差值 /20	曲率半径值	平均值
105.4729	59.7529	45.72	2.286	-32.10674	-28.096746
102.90074	57.2141	45.68664	2.28433	-31.3489	
100.66109	54.9674	45.69369	2.28468	-31.50622	
98.06941	52.8529	45.21651	2.26083	-23.45874	
95.7658	50.66592	45.09987	2.25499	-22.06313	

经过计算,10 组测量得出的曲率半径及其不确定度的值见表 6。

表 6 曲率半径及不确定度

组别	1	2	3	4	5
R 值(单位:m)	-28.096746	-26.220218	-25.283078	-30.55407	-22.730272
不确定度 Δ_R	-0.04834	-0.04529	-0.04377	-0.05226	-0.03968
组别	6	7	8	9	10
R 值(单位:m)	-29.234052	-26.480158	-28.233382	-30.63097	-30.62894
不确定度 Δ_R	-0.05013	-0.04568	-0.0485	-0.05234	0.00174

现随机选取其中 5 组利用逐差进行计算并与线性拟合法所得结果进行对比,计算结果见表 7

表 7 逐差法与线性拟合对比表

组别	1	2	3	4	8
逐差法	-27.38875	-25.913776	-25.149765	-30.72525	-28.56216
逐差法误差	1.512%	6.8158%	12.19%	10.486%	2.71%
线性拟合法	-28.096746	-26.220218	-25.283078	-30.55407	-28.233382
线性拟合法误差	1.034%	5.714%	9.084%	9.87%	1.5254%

通过对比,使用逐差法比使用 origin 软件进行线性拟合误差更大,因此在进行数据处理时,应选取 origin 软件进行线性拟合。

3 结论

通过对平-凸透镜、凸-凸透镜以及凹-凸透镜三种实验装置的牛顿环的测量与分析,对测量数据进行了两种不同方法的处理与分析后,对比发现:三种实验装置中传统的平-凸透镜结构测量最精准,其视野也较明亮;凸-凸透镜结构由于视野较暗,所成明环与暗环较窄,容易造成人为的测量误差;凹-凸透镜结构的计算公式将误差放大了数倍,造成最终的测量误差最大。由以上结论可知,在牛顿环实验时,应选取传统的平-凸透镜结构进行测量,测量误差最小。对测量数据的处理采用逐差法时计算误差较大,而利用 origin 软件对数据进行线性拟合的处理不仅快捷方便,还能大大减小人为计算造成的误差。

参考文献:

- [1]曹佳妍,顾菊观,苏婷燕. 牛顿环最佳测量环数的探讨[J]. 大学物理实验, 2014, 27(4): 45-47.
- [2]张和民,熊祖洪,林盛松. 牛顿环装置镜片结构的探讨[J]. 西南师范大学学报(自然科学版), 1994, 19(3): 328-332.
- [3]左安友,吴胜宝,朱瑜. 提高牛顿环测平凸透镜曲率半径精度的方法对比研究[J]. 湖北民族学院学报(自然科学版), 2013, 31(1): 10-117.

- [4]苗琦,王金苗. Origin 软件在牛顿环测透镜曲率半径实验数据处理中的应用[J]. 大学物理实验, 2011, 24(2): 76-78.
- [5]王道光,孙镭,周红生. 双透镜牛顿环干涉法测曲率半径[J]. 物理与工程, 2010, 20(3): 33-36.
- [6]牛晓东,卢莉蓉. 牛顿环透镜倒置和正置测干涉条纹半径的比较[J]. 实验室科学, 2014, 17(3): 53-56.
- [7]欧阳艳东,黄翀. 牛顿环环数差选择对测量的影响[J]. 物理与工程, 2000, 15(1): 58-60.

Comparative Study on the Experiments of Measuring the Radius of Curvature of the Lens by Newton Ring

WANG Yun, WANG Pian

(School of Physics and Electromechanical Engineering, Hubei University of Education, Wuhan 430205, China)

Abstract: The radius of curvature of the flat-convex lens structure, the convex-convex lens and concave-convex lens are separately analyzed and measured in this paper, and the experimental data are respectively processed with the successive difference method and the linear fitting by the Origin software. By comparing, the best experimental plan and the most suitable data processing method are obtained.

Key words: Newton-ring; curvature radius; lens; data processing